CUADERNILLO 2

EJEMPLAR DE CORTESÍA
NO APTO PARA LA VENTA

Nueva carpeta de Matemática III

Ruth Schaposchnik (coord.)
Luis Garaventa - Nora Legorburu
Patricia Rodas - Claudio Turano

Alumno/a

Curso

2. Expresiones algebraicas, ecuaciones e inecuaciones 3
Revisión inicial 4
El poder de las fórmulas para representar situaciones 5
Operaciones con expresiones algebraicas 6
Suma y resta de monomios 6
Multiplicación de monomios. Fracciones algebraicas 7
La propiedad distributiva de la multiplicación y el factor común 8
Productos con nombre propio 9
Cuadrado y cubo de un binomio 9
Diferencia de cuadrados 10
Ecuaciones con una incógnita 11
Las ecuaciones como herramientas para resolver problemas 12
Inecuaciones con una incógnita 14
Intervalos en la recta real 15
En el mundo real 17
Las fórmulas en la planilla de cálculo 17
Las fórmulas y las ecuaciones químicas 18
Más actividades 19
Autoevaluación 22
Actividades integradoras 23

AIQUE

Este CUADERNILLO 2 pertenece a la Nueva carpeta de Matemática III.
No puede venderse por separado.

DIRECCIÓN EDITORIAL
Diego F. Barros

COORDINACIÓN DEL ÁREA DE MATEMÁTICA
Ruth Schaposchnik

EDICIÓN
Nora Legorburu
Valeria Machiunas

COPIEDICIÓN
Claudia García

CORRECCIÓN
Cecilia Biagioli (coordinación)
Claudia María Bevacqua Arbet
Alejandra Valente

SUPERVISIÓN GRÁFICA
Verónica Uher
Victoria Maier

COORDINACIÓN GRÁFICA
Silvina Roveda

DIAGRAMACIÓN
Daniel Balado
Gabriel Lauría
Silvana López

ILUSTRACIONES
Alejandra Lunik
Diego Molina
Diego Stigliano

FOTOGRAFÍA
Archivo Aique

PRODUCCIÓN INDUSTRIAL
Pablo Sibione

Agradecemos la colaboración de Gustavo Delupi en el control de las respuestas.

© Copyright Aique Grupo Editor S. A.
Francisco Acuña de Figueroa 352 (C1180AAF)
Ciudad de Buenos Aires
Teléfono y fax: 4867-7000
e-mail: editorial@aique.com.ar - www.aique.com.ar

Hecho el depósito que previene la Ley 11.723
LIBRO DE EDICIÓN ARGENTINA
ISBN 978-987-06-0060-2
Primera edición - Primera reimpresión

La reproducción total o parcial de este material en cualquier forma que sea, idéntica o modificada y por cualquier medio o procedimiento, sea mecánico, electrónico, informático, magnético y sobre cualquier tipo de soporte, no autorizada por los editores, viola derechos reservados, es ilegal y constituye un delito.

Nueva carpeta de matemática III / Nora Legorburu...[et.al.]. ; coordinado por Ruth Schaposchnik - 1a ed. 1a reimp. - Buenos Aires : Aique Grupo Editor, 2008.
200 p. ; 28x20 cm.

ISBN 978-987-06-0060-2

1. Matemática. I. Schaposchnik, Ruth, coord.

Esta edición se terminó de imprimir en Noviembre de 2008 en Latingráfica, Rocamora 4161, Ciudad Autónoma de Buenos Aires.

2 EXPRESIONES ALGEBRAICAS, ECUACIONES E INECUACIONES

Para resolver algunos problemas, muchas veces traducimos su enunciado al *lenguaje simbólico*, utilizando letras que designan números desconocidos o que componen *fórmulas* cuya aplicación nos permite hallar la respuesta. Estas *expresiones algebraicas* las relacionamos, a veces, mediante igualdades cuando planteamos *ecuaciones* y, otras veces, mediante desigualdades cuando expresamos la situación a través de *inecuaciones*.

Don Tito usa en su negocio una balanza de platillos, **porque** esta nunca se descompone y porque **él tiene** tanta práctica pesando mercadería que realiza los cálculos con una velocidad asombrosa.

- ¿Es necesario que la balanza esté equilibrada para que sea posible averiguar el peso del paquete? ¿Por qué?
- ¿Qué cálculos debe hacer don Tito para averiguar el peso del paquete?
- ¿Qué conclusión podría sacar don Tito si la balanza queda desequilibrada, con el platillo donde está el paquete más bajo? ¿Qué tendría que hacer para equilibrarla?

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

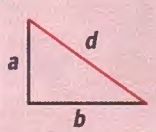
REVISIÓN INICIAL

1 Completen la tabla como en los ejemplos.

Lenguaje coloquial	Lenguaje simbólico
El área A de un rectángulo es el producto de las medidas de su base b por su altura h.	$A = b \cdot h$
La diferencia entre los cuadrados de dos números a y b es mayor que 6.	$a^2 - b^2 > 6$
	$(m + n)^2 = 9$
El doble del anterior de un número entero r es igual a 14.	
	$3(x + 5) = y$
El volumen V de una esfera es cuatro tercios del producto de π por el cubo de su radio r.	
	$\lvert c \rvert \geq c$

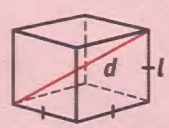
2 Para cada una de las siguientes figuras, escriban una fórmula que relacione la medida de d con las demás medidas señaladas.

a)



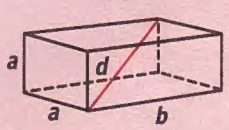
.....

b)



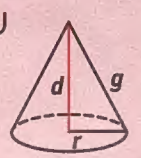
.....

c)



.....

d)

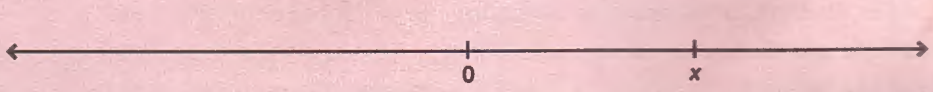


.....

3 Daniela y Víctor son hermanos, y sus edades actuales son d y v respectivamente. Dentro de 5 años, la edad de Víctor será una vez y media la edad de su hermana. De las siguientes expresiones, ¿cuál o cuáles permiten calcular la edad de Daniela conociendo la de Víctor?

a) $d = (v + 2{,}5) : 1{,}5$ b) $d = (v + 5) : 1{,}5$ c) $d = 1{,}5\ (v + 5)$ d) $d = (v - 2{,}5) : 1{,}5$

4 Representen sobre la recta numérica los siguientes números: $-0{,}5x$; $\frac{3}{4}x$; $-0{,}75x$; $-\frac{1}{4}x$; $1{,}25x$.



5 De las siguientes igualdades, ¿cuál o cuáles expresan la propiedad distributiva de la potenciación respecto de la multiplicación?

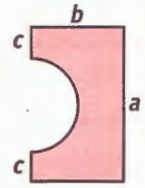
a) $(m + n)^p = n^p + m^p$ b) $(m \cdot n)^p = (m^p + n^p)$ c) $(m + n)^p = m^p \cdot n^p$ d) $(m \cdot n)^p = m^p \cdot n^p$

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

El poder de las fórmulas para representar situaciones

6 Escriban una fórmula que permita calcular el perímetro P y el área A de cada una de las siguientes figuras, conociendo las medidas señaladas con letras.

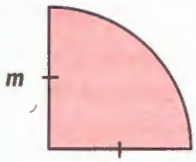
a)



P = ...

A = ...

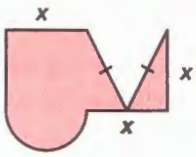
b)



P = ...

A = ...

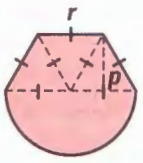
c)



P = ...

A = ...

d)

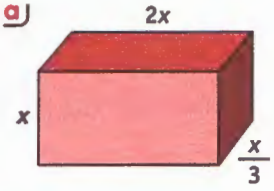


P = ...

A = ...

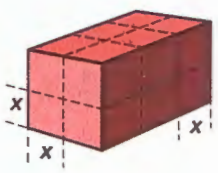
7 Escriban una fórmula que sirva para hallar el valor de x conociendo el volumen V de estos cuerpos.

a)



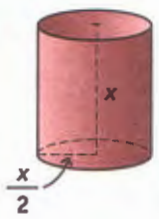
x = ...

b)



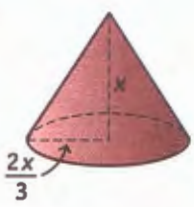
x = ...

c)



x = ...

d)



x = ...

8 Despejen y en cada una de las siguientes fórmulas.

a) $x = \frac{7}{(4 + y)}$

b) $A = 3(x - y)$

c) $x = b : y$

d) $C = (N - y) : 2p$

e) $q = \frac{m}{\sqrt{y}}$

f) $x = (a + y) : (5 - by)$

Para leer y recordar

- Una *fórmula* es una igualdad que expresa la relación matemática entre dos o más variables.

En las expresiones simbólicas, habitualmente usamos letras para representar cantidades desconocidas o números a los que queremos representar en forma genérica, sin particularizar. En esos casos, estamos utilizando *expresiones algebraicas*. Las expresiones algebraicas más sencillas se llaman *monomios*.

- Un monomio está formado por el producto de un número llamado *coeficiente* y una o varias letras que componen la *parte literal*.

Ejemplos:

$0{,}5xy$	$-\frac{1}{2}a^2$	πr^3	n^2m
coeficiente: 0,5	coeficiente: $-\frac{1}{2}$	coeficiente: π	coeficiente: 1
parte literal: xy	parte literal: a^2	parte literal: r^3	parte literal: n^2m

Es importante tener presente que las letras siempre representan números, por lo tanto, podemos "operar" con ellas y aplicar las propiedades que ya conocemos.

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

Operaciones con expresiones algebraicas

Suma y resta de monomios

Para observar

- Para sumar (o restar) dos o más monomios que tienen la misma parte literal, se suman (o se restan) los coeficientes y se repite la parte literal.

Ejemplos:
$2ab + ab + 0{,}5ab = 3{,}5ab$
$5x^2 - 8x^2 = -3x^2$

- Si la parte literal es distinta, ni la suma ni la resta se pueden resolver y se dejan indicadas.

$y + 3xy - 2xy = y + xy$
$3{,}5m^2 - 4m + m^2 = 4{,}5m^2 - 4m$
$-2a^2b + 5{,}2a^2b - ab^2 = 3{,}2a^2b - ab^2$

9 Resuelvan las operaciones y transformen las expresiones en otras equivalentes más sencillas.

a) $-3y - 4xy - 5y =$ .....

b) $14ab - 5ab - 2a^2b =$ .....

c) $6h - h + 2 =$ .....

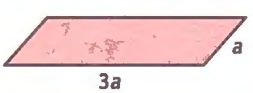
d) $pq + 2{,}1qr - 3{,}1rq + 4qp + 1 =$ .....

e) $8x + 3y - 4z + 7z - 2y + 6z =$ .....

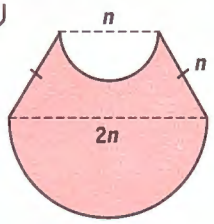
f) $1{,}2x^3 - 3{,}4x^2 + 2{,}6x + 3{,}7x^2 - 1{,}8x =$ .....

10 Utilicen lenguaje algebraico para expresar el perímetro de las siguientes figuras.

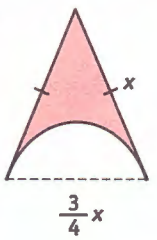
a)



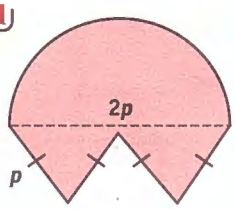
b)



c)



d)



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

11 Expresen algebraicamente las siguientes cantidades.

a) El costo total, en $, de 6 lápices de $\$m$ cada uno y 7 lapiceras de $\$n$ cada una.

.....

b) El monto de dinero que forman x monedas de 5 centavos, p monedas de 25 centavos y z monedas de 50 centavos.

.....

c) El peso en gramos de la bolsa del supermercado que contiene 2 artículos de p gramos, 3 artículos de q gramos y 8 artículos de t gramos.

.....

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

Multiplicación de monomios. Fracciones algebraicas

Para observar

- Para multiplicar monomios multiplicamos los coeficientes y la parte literal "por separado".

Ejemplo:

$2{,}5y \cdot 5xy = 2{,}5 \cdot 5 \cdot y \cdot xy = 12{,}5xy^2$

- Una *fracción algebraica* es aquella en la que el numerador y el denominador son expresiones algebraicas, siempre que el coeficiente del divisor sea distinto de 0 y que descartemos la posibilidad de que se anule su parte literal.

- Podemos simplificar fracciones algebraicas cuyo numerador y denominador sean monomios de modo similar al que lo hacemos con las fracciones numéricas.

Ejemplo:

$\frac{3a^2b}{6ab^2} = \frac{3 \cdot a \cdot a \cdot b}{3 \cdot 2 \cdot a \cdot b \cdot b} = \frac{a}{2b}$ $(a \neq 0; b \neq 0)$

12 Multipliquen y obtengan la expresión más sencilla posible.

a) $1{,}5ab \cdot (-4b^2) =$ .....

b) $\frac{1}{2}x^3 \cdot 6xy =$ .....

c) $\frac{1}{3}mn \cdot 3m^2 =$ .....

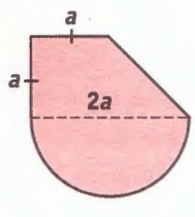
d) $ac \cdot 3{,}5ac^2 \cdot 5a^2 =$ .....

e) $\frac{1}{4}p \cdot p \cdot (-2np) =$ .....

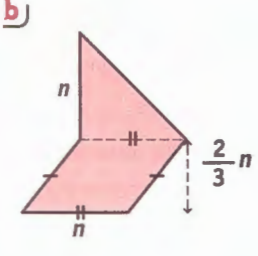
f) $0{,}2xyz \cdot 10x \cdot 0{,}1y =$ .....

13 Utilicen lenguaje algebraico para expresar el área de las siguientes figuras.

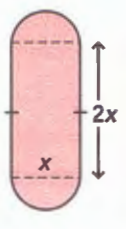
a)



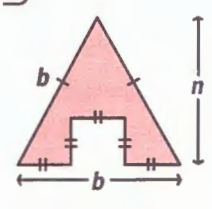
b)



c)



d)



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

14 Simplifiquen las siguientes fracciones algebraicas.

a) $\frac{8a^2bc}{2ab^2} =$ .....

b) $\frac{-12x^2y}{6ax} =$ .....

c) $\frac{15ab}{5cd} =$ .....

d) $\frac{7mn}{3m^2n^2} =$ .....

e) $\frac{a^2bc}{bca} =$ .....

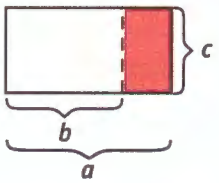
f) $\frac{3xyz}{5abc} =$ .....

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

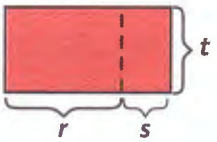
La propiedad distributiva de la multiplicación y el factor común

15 Expresen el área sombreada en las figuras de dos maneras distintas.

a)



b)



.....

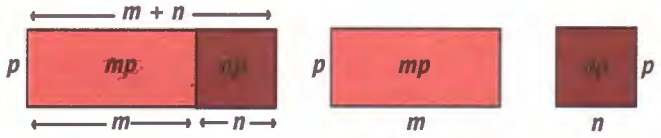
.....

.....

.....

Para observar

- Podemos expresar el área de esta figura de dos maneras distintas.



Propiedad distributiva

$(m + n)p = mp + np$

Factor común

- Esta igualdad expresa la *propiedad distributiva* de la multiplicación respecto de la suma.
- Su aplicación en sentido contrario se llama *extracción de factor común*.

Ejemplos:

$3x(2p + 5q)$ → propiedad distributiva → $6xp + 15xq$

$16a^2 + 4b + 12c^3$ → factor común: 4 → $4(4a^2 + b + 3c^3)$

$12a^2 + 10ab$ → factor común: $2a$ → $2a(6a + 5b)$

$7m + 14mn$ → el factor común: 7m → $7m(1 + 2n)$

16 Completen la tabla como en el ejemplo.

Factor común	Propiedad distributiva
$10x + 15y$	$5(2x + 3y)$
	$4xy(ab - ac + d)$
$6xy - 9xy^2 + 3x^2y$	$3xy($ ..... $)$
	$-7p(2p^3 + p - 1)$
$\frac{1}{2}ab^2 + \frac{1}{4}a^2 - \frac{1}{8}ab^2$	$\frac{1}{2}a($ ..... $)$
	$0{,}2z(x + 2y - 3z)$

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

Productos con nombre propio

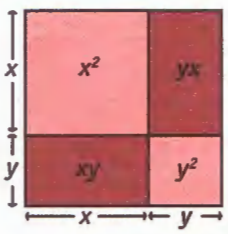
Cuadrado y cubo de un binomio

Para observar

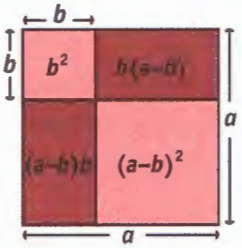
- Un *binomio* es una expresión algebraica compuesta por la suma o resta de dos monomios.

Para desarrollar el *cuadrado de un binomio*, lo pensamos como el producto del binomio por sí mismo y aplicamos la propiedad distributiva de la multiplicación respecto de la suma.

$$(x + y)^2 = (x + y)(x + y)$$
$$= x^2 + xy + xy + y^2$$
$$(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$



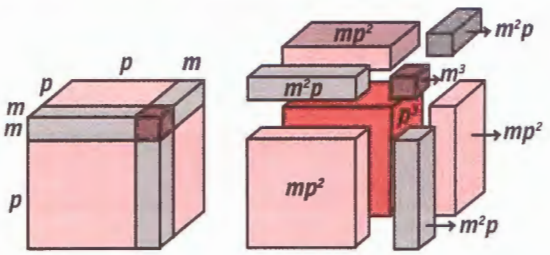
$$(a - b)^2 = (a - b)(a - b)$$
$$= a^2 - ab - ab + b^2$$
$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$



- En todos los casos en los que desarrollemos el cuadrado de un binomio, obtendremos una expresión que contendrá la suma de los cuadrados de ambos términos, más el doble del producto de estos.

- Para desarrollar el *cubo de un binomio*, desarrollamos primero el cuadrado y luego multiplicamos la expresión que obtuvimos por el binomio original.

$$(m + p)^3 = (m + p)^2(m + p)$$
$$= (m^2 + 2mp + p^2)(m + p)$$
$$= m^3 + 2m^2p + mp^2 + m^2p + 2mp^2 + p^3$$
$$(m + p)^3 = m^3 + 3m^2p + 3mp^2 + p^3$$



- En todos los casos en los que desarrollemos el cubo de un binomio, obtendremos una expresión que contendrá la suma de los cubos de los dos términos, más el triple del producto del cuadrado del primer término por el segundo término, más el triple del producto del primer término por el cuadrado del segundo término.

17 Completen la tabla.

Cuadrado del binomio	Desarrollo del cuadrado
$(3x + 1)^2$	
	$x^2 + 6x + 9$
$(0{,}5a - 0{,}3b)^2$	
	$25a^2 - 70a + 49$

18 Desarrollen:

a) $(a - b)^3 =$ .....

b) $\left(x + \frac{1}{2}y\right)^3 =$ .....

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

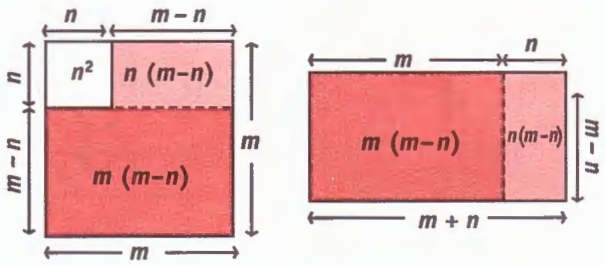
Diferencia de cuadrados

Para observar

Siempre que desarrollemos el producto de una suma de dos términos por la diferencia de los mismos términos obtendremos una expresión igual a la *diferencia de los cuadrados* de dichos términos.

$(m + n)(m - n) = m^2 + mn + mn - n^2$

$(m + n)(m - n) = m^2 - n^2$



19 Completen la tabla.

Diferencia de cuadrados	Producto de suma por diferencia
$\frac{1}{9}x^4 - 0{,}25$	
	$\left(\frac{1}{2} + mn\right)\left(\frac{1}{2} - mn\right)$
$\frac{1}{25}a^4 - 0{,}01$	
	$\left(0{,}6ax^2 + \frac{1}{6}\right)\left(0{,}6ax^2 - \frac{1}{6}\right)$

20 En un rombo, se conoce la medida de la diagonal menor d, y se sabe que la diagonal mayor mide 3 cm más que d. Si se reduce en 3 cm la diagonal menor sin cambiar la medida de la diagonal mayor, indiquen cuál o cuáles de las siguientes expresiones representan el área del rombo así determinado.

a) $\frac{(d+3)}{2} \cdot \frac{(d-3)}{2}$

b) $\frac{d^2}{2} - \frac{9}{2}$

c) $\frac{(d+3)(d-3)}{2}$

d) $\frac{(d-3)^2}{2}$

21 Calculen directamente, sin aplicar la propiedad distributiva.

a) $(xy - z^2)(xy + z^2) =$

.....

b) $(3a - 4)(3a + 4) =$

.....

c) $(5m + an)(5m - an) =$

.....

d) $(1 + 2ab)(1 - 2ab) =$

.....

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

Ecuaciones con una incógnita

22 Resuelvan las siguientes ecuaciones, cuando sea posible.

a) $3(2x - 1) + 4(2x + 5) = 40$

b) $4(x - 5) = 14 - 5(2 - x)$

c) $\frac{1}{3}(x + 6) = -2(x - 4{,}5)$

d) $(4x + 8) : 2 = (6x + 9) : 3 + 1$

e) $7(2 - 3x) = 3(5x - 1)$

f) $\left(\frac{x}{4} + 3\right) . 2 = \left(\frac{5x}{2} - 55\right) : 5$

Para leer y recordar

Vamos a repasar el significado preciso de algunas palabras que utilizamos habitualmente, y nos vamos a detener y justificar algunos de los procedimientos a los que recurrimos siempre que planteamos y resolvemos ecuaciones.

- Una *ecuación* es una igualdad algebraica que se cumple sólo para algunos valores de las letras. Las letras que aparecen en la ecuación se llaman *incógnitas*.
- *Resolver* una ecuación es encontrar sus *soluciones*, si las hay. Las soluciones son los valores que deben tomar las incógnitas para que se cumpla la igualdad. Dos ecuaciones que tienen la misma solución son *equivalentes*.
- Para resolver una ecuación, es muy útil aplicar la siguiente propiedad: si sumamos o restamos el mismo número en ambos miembros de una ecuación, obtenemos otra ecuación equivalente. Lo mismo ocurre si multiplicamos o dividimos por un mismo número, siempre que este sea distinto de cero.

Ejemplo:

Primer miembro	Segundo miembro
$0{,}5x - 2$	$= -x + 1$

$0{,}5x - 2 + 2 = -x + 1 + 2$ → Obtenemos una ecuación equivalente sumando 2 en ambos miembros. Cancelamos en el primer miembro. El 2 que estaba restando "pasó sumando" al "otro lado".

$0{,}5x = -x + 3$
$0{,}5x + x = -x + 3 + x$ → Procedemos de igual forma con el término x (estaba restando en el segundo miembro y "pasa sumando" al primero).

$1{,}5x = 3$
$1{,}5x : 1{,}5 = 3 : 1{,}5$ → Dividimos ambos miembros por 1,5 (el 1,5 que estaba multiplicando "pasa dividiendo").

$x = 2$ → Operamos y obtenemos la solución.

$0{,}5 . 2 - 2 = -2 + 1$
$-1 = -1$ → Comprobamos la solución que obtuvimos, reemplazando la incógnita por su valor en la ecuación original.

23 Resuelvan las siguientes ecuaciones.

a) $\frac{n + 3}{2} = \frac{n - 3}{3}$

b) $\frac{2a}{5} - \frac{a - 6}{2} - \frac{5a}{3} = \frac{3}{4}$

c) $\frac{2(x + 4)}{3} - \frac{3(5 - x)}{2} = 6$

d) $\frac{3y + 2}{2} - \frac{3y - 2}{3} = \frac{11}{4}$

e) $\frac{3z - 5}{4} - \frac{9 - 2z}{3} = \frac{z - 3}{2}$

f) $\frac{1 + x}{3 + x} = \frac{3}{4}$

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

Las ecuaciones como herramientas para resolver problemas

Para observar

Ejemplo 1:

Martín le lleva 4 años a su hermano Luis. ¿Qué edad tiene cada uno actualmente si, hace 5 años, la edad de Martín era el doble de la de su hermano?

Solución:

Llamando x a la edad actual de Luis, construimos el siguiente cuadro.

	Luis	Martín
En la actualidad	x	$x + 4$
Hace 5 años	$x - 5$	$x + 4 - 5$

$$\begin{aligned} x + 4 - 5 &= 2 \cdot (x - 5) \\ x - 1 &= 2x - 10 \\ x - 2x &= -10 + 1 \\ -x &= -9 \\ x &= 9 \end{aligned}$$

Respuesta: Luis tiene 9 años y Martín tiene 13.

Ejemplo 2:

Los alumnos de un curso realizaron varios eventos en el año para recaudar fondos.

Con las tres cuartas partes de lo que juntaron, les pagaron el viaje de egresados a dos compañeros; con las dos terceras partes del resto, se compraron buzos y los $100 restantes los reservan para gastar en el viaje. ¿Cuánto dinero recaudaron?

Solución:

Llamando x al total que recaudaron, expresamos las demás cantidades del siguiente modo:

Tres cuartas partes de lo que juntaron	Dos terceras partes del resto	Los $100 restantes	Total que recaudaron
$\frac{3}{4} \cdot x$	$\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4} \cdot x$	100	x

$$\begin{aligned} \frac{3}{4} \cdot x + \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4} \cdot x + 100 &= x \\ \frac{11}{12} x + 100 &= x \\ 100 &= x - \frac{11}{12} \cdot x \\ 1200 &= x \end{aligned}$$

24 Resuelvan los siguientes problemas.

a) Melisa es 25 años mayor que su hijo Sebastián, y las edades de ambos suman 73 años. ¿Qué edad tiene cada uno?

b) ¿Qué número hay que sumar al numerador y al denominador de $\frac{1}{2}$ para obtener una fracción equivalente a $\frac{5}{4}$?

c) ¿Qué edad tiene David si el doble de la edad que tendrá dentro de 10 años supera a su edad actual en 35 años?

d) En una biblioteca, compraron el doble de libros que de revistas. Los libros costaron $8 cada uno y las revistas, $2,50. Si en total gastaron $277,50, ¿qué cantidad de libros y qué cantidad de revistas compraron?

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

25 Ubiquen cada ecuación en la tabla, según la cantidad de soluciones que tenga.

a) $2x + 3 = 3x$

b) $x^2 + 5 = 30$

c) $2n = 14 \cdot \frac{n}{7}$

d) $2a + 0{,}5 = 2a - 1{,}5$

e) $3n^2 + 2 = 2$

f) $4\,(0{,}5y - 1) = 2y + 3$

g) $\frac{2x + 4}{x + 2} = 2$

h) $h\,(h + 1) = 0$

i) $a^2 - 3 = 8 + a^2$

Solución única	Dos soluciones	Infinitas soluciones	Ninguna solución

26 Redacten un problema que tenga más de una solución y otro que no tenga solución.

.....

.....

.....

.....

27 Resuelvan los siguientes problemas.

a) El producto entre la suma de dos números pares consecutivos y la diferencia entre el mayor y el menor de ellos es 12. ¿Qué números son?

.....

.....

.....

b) Si transformamos un cuadrado en un rectángulo aumentando uno de sus lados en 2 cm y reduciendo el otro en 2 cm, el área de la figura obtenida es 21 cm^2. ¿Cuánto mide el lado del cuadrado?

.....

.....

.....

c) Si transformamos un rectángulo en un cuadrado reduciendo 3 cm su base y aumentando 4 cm su altura, el perímetro del cuadrado obtenido es 24 cm. ¿Cuáles son las medidas del rectángulo?

.....

.....

.....

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

Inecuaciones con una incógnita

28 Completen la tabla.

Lenguaje coloquial	Lenguaje simbólico
El peso p que transporta el ascensor debe ser menor que 275 kg.	$p < 275$
Para ganar el premio, la cantidad de discos vendidos d no debe ser inferior a 100 000.	d 100 000
Para abrir la cuenta hay que depositar un capital c de al menos $200.	c 200
El número de inscriptos i no puede exceder al de vacantes v.	i v
Para subir al juego, la altura h debe ser superior a 0,80 m.	h 0,80

Para leer y recordar

- Cuando traducimos un enunciado al lenguaje algebraico mediante los signos de desigualdad ≤, <, ≥, >, recurrimos a *inecuaciones*.
- Para resolver inecuaciones, aplicamos técnicas algebraicas similares a las que aplicamos en la resolución de ecuaciones, teniendo en cuenta que cuando se multiplican o se dividen ambos miembros por un número negativo cambia el sentido de la desigualdad.

Ejemplo:

$x + 1 < 2x - 3$

$x - 2x < -3 - 1$ → Trasponemos términos.

$-x < -4$ → Operamos.

$-x \cdot (-1) > -4 \cdot (-1)$ → Multiplicamos ambos miembros por (−1) y cambiamos el sentido de la desigualdad.

$x > 4$ → Operamos y obtenemos la solución.

- Si la inecuación tiene solución, esta puede ser un número o un conjunto de números.

En el ejemplo resuelto, la solución es el conjunto de todos los números mayores que 4.

29 Resuelvan las siguientes inecuaciones.

a) $4a + 5 \geq 2a + 9$

.....

.....

b) $3 - 7n < 2n + 21$

.....

.....

c) $6y + 11 > 18 - y$

.....

.....

d) $x + 3 \geq 7 + 3x$

.....

.....

e) $2z - 7 \geq 5z + 8$

.....

.....

f) $3b + 25 < 8b - 10$

.....

.....

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

Intervalos en la recta real

Para leer y recordar

Llamamos *intervalo* a una "porción" de la recta real. Cuando trabajamos en $\mathbb{R}$, el conjunto solución de una inecuación se puede expresar como un intervalo.

Observen los siguientes ejemplos.

- **Intervalo cerrado**

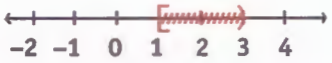
$[1; 3] = \{x \in \mathbb{R} / 1 \leq x \leq 3\}$

- **Intervalo abierto**

$(1; 3) = \{x \in \mathbb{R} / 1 < x < 3\}$

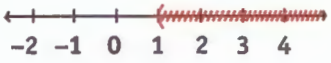
- **Intervalo semiabierto**

$[1; 3) = \{x \in \mathbb{R} / 1 \leq x < 3\}$

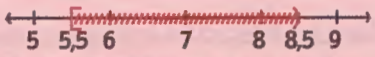
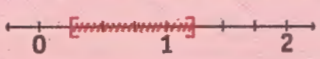


- **Intervalo infinito**

$(1; +\infty) = \{x \in \mathbb{R} / x > 1\}$



30 Completen el cuadro.

Intervalo	Inecuaciones	Representación gráfica
	$-\frac{1}{2} \leq x < \frac{3}{2}$	
		
	$3 > x > -\frac{14}{7}$	
$[-1; 0]$		
	$x \geq 1{,}2$	
		

31 ¿A qué intervalo pertenecen los números reales que son menores que su valor absoluto?

.....

32 ¿A qué intervalo pertenecen los números reales positivos que son menores que su cuadrado?

.....

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

33 Coloquen V (verdadero) o F (falso) al lado de cada afirmación. En las que sean falsas corrijan el signo para que resulten verdaderas.

a) $12 = 3 \cdot 4 \cdot 0$

b) $3{,}99 \cdot 3{,}97 < 16$

c) $2^3 \cdot 3^3 > 6^3$

d) $15^2 < 8^2 + 7^2$

34 Coloquen uno de los símbolos $<$, $=$ o $>$ en cada caso, de modo que las relaciones resulten verdaderas para cualquier número real o para todos los que cumplen la condición indicada entre paréntesis.

a) $\frac{x}{2} \ldots\ldots \frac{x+1}{2}$

b) $(2x)^2 - 2x^2 \ldots\ldots x^2$

c) $\frac{5}{9}x - \frac{1}{3}x \ldots\ldots \frac{2}{3}x$

d) $\sqrt{x} \ldots\ldots x$ (si $x > 1$)

e) $x^2 \ldots\ldots x^3$ (si $x < -1$)

f) $\frac{x}{0{,}5} \ldots\ldots x$ (si $x > 0$)

Para observar

Para resolver dos inecuaciones combinadas, podemos proceder así:

$3 < x + 1 < 5$

$3 < x + 1$ y $x + 1 < 5$

$2 < x$ y $x < 4$

$2 < x < 4$

- Identificamos las dos inecuaciones y las resolvemos por separado.
- El conjunto solución estará compuesto por los valores que pertenezcan a los dos conjuntos de soluciones que obtuvimos.
- El conjunto solución depende del conjunto numérico en el que trabajemos. En este caso: en $\mathbb{Z} \longrightarrow S = \{3\}$

en $\mathbb{R} \longrightarrow S = \{x \in \mathbb{R} / 2 < x < 4\}$

ó $S = (2; 4)$

35 Resuelvan las siguientes inecuaciones en $\mathbb{Z}$ y en $\mathbb{R}$.

a) $-4 \leq 3y + 2 \leq 11$

b) $-2 < 4x + 6 < 10$

c) $3 < 2x - 1 < 5$

d) $5 > a - 2 \geq 1$

36 ¿Cuál es el número entero positivo x que cumple la condición $x + 1 < 19 < x + 3$?

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

Las fórmulas en la planilla de cálculo

Se llaman habitualmente *planillas de cálculo* a utilitarios informáticos que contienen planillas en las que se puede manipular una gran diversidad de fórmulas, que ejecutan desde una simple operación aritmética hasta modelos matemáticos sumamente complejos.

En las planillas de cálculo de uso más difundido, además de respetar una sintaxis específica, cada fórmula matemática se ingresa anteponiéndole un signo igual (=).

Además, para la multiplicación se utiliza el signo * del teclado; para la división, /, y para la potencia, ^.

Por ejemplo la fórmula =6+3*2^2 equivale a $6 + 3 \cdot 2^2$ y da por resultado 18.

Por otra parte, para indicar que queremos multiplicar por 2 al valor que ocupa la celda A3 y luego sumarle 4, podemos posicionarnos en la celda donde queremos que aparezca el resultado e introducir: =2*A3+4.

37 Dolores trabaja de vendedora en una editorial. Por cada libro que vende, le pagan el 10% del valor de la obra en concepto de comisión; y por cada enciclopedia, además, $50 en concepto de premio. Observen la planilla de cálculo que armó en la computadora con las ventas de este mes y anoten las fórmulas que necesita utilizar para obtener el importe que va a cobrar.

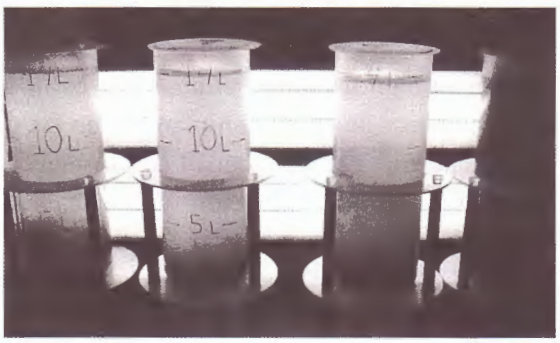
F7 =

	A	B	C	D	E
1	Día	Obra	Valor (en $)	Por cobrar (en $)	
2	1	Mundo vegetal	150		
3	5	Enciclopedia Universitaria	450		
4	10	Diccionario juvenil	180		
5	12	Los animales y su ambiente	190		
6	13	Historia de la música	80		
7	20	Los grandes pintores	200		
8	23	Enciclopedia Universitaria	450		
9	29	Grandes poetas	90		
10		Total			
11					
12					
13					
14					
15					
16					
17					
18					
19					

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

Las fórmulas y las ecuaciones químicas

Los *símbolos químicos* y las *fórmulas* se usan para representar compuestos y reacciones químicas.
Las *ecuaciones químicas* muestran cómo se redistribuyen los átomos para que unas sustancias, que se representan mediante ciertas fórmulas, se combinen para dar como resultado nuevas sustancias, que se representan mediante otras fórmulas.
Si bien no son iguales a las ecuaciones matemáticas, las ecuaciones químicas tienen muchas similitudes con ellas.



Consideremos, por ejemplo, la reacción química en la que el metano, o gas natural (CH_4), se quema con el oxígeno (O_2) para formar dióxido de carbono (CO_2) y agua (H_2O).
Si suponemos que sólo estas cuatro sustancias están involucradas, las fórmulas (usadas principalmente para abreviar los nombres) serían:

$$CH_4 + 2O_2 \text{ da } CO_2 + H_2O$$

Como, en las reacciones químicas, los átomos no se crean ni se destruyen, sino que sólo modifican su distribución, el mismo número de átomos de cada elemento debe aparecer en ambos miembros de la ecuación química. Para lograrlo, las ecuaciones químicas se ajustan agregando coeficientes adecuados delante de las fórmulas.
En el ejemplo que estamos considerando, la reacción debe ser expresada así:

Elemento	Peso atómico
Carbono (C)	12,01
Hidrógeno (H)	1,01
Oxígeno (O)	16,00

De la tabla periódica de elementos se extrajo esta lista de pesos atómicos.

$$1CH_4 + 2O_2 \text{ da } 1CO_2 + 2H_2O$$

Los químicos sustituyen "da" por una flecha y omiten los unos, igual que los matemáticos, para obtener la ecuación química *equilibrada*:

$$CH_4 + 2O_2 \longrightarrow CO_2 + 2H_2O$$

Estas ecuaciones químicas están *balanceadas* no sólo respecto de la carga y número de cada clase de átomo, sino también respecto de la masa.

Con los datos de los pesos atómicos, podemos identificar cada símbolo atómico con una masa apropiada:

$$\underset{12,01 + 4 \,.\, 1,01}{CH_4} + \underset{2(16,00 + 16,00)}{2\,O_2} \longrightarrow \underset{\ldots\ldots\ldots}{CO_2} + \underset{\ldots\ldots\ldots}{2H_2O}$$

$$\underset{16,05}{} + \underset{64,00}{} \qquad \underset{\ldots\ldots\ldots}{} + \underset{\ldots\ldots\ldots}{}$$

$$\underset{80,05}{} \qquad \underset{\ldots\ldots\ldots}{} + \underset{\ldots\ldots\ldots}{}$$

$$\underset{\ldots\ldots\ldots}{}$$

38 Completen el esquema anterior y verifiquen que la ecuación esté balanceada.

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

MÁS ACTIVIDADES

39 Un fabricante de juguetes didácticos de madera hace cubos apilables de distintos tamaños. Los cubos van pintados con esmalte sintético y llevan una soga muy fina pegada en las aristas para que no tengan filo.

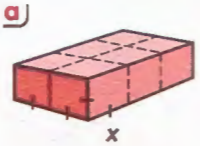
Madera:	**$2,00 el m³**
Esmalte:	**$3,00 el litro (rinde 4 m²)**
Soga:	**$0,50 el m**
Mano de obra:	**$1,00 por cubo**

a) Encuentren una fórmula que permita calcular el costo (en $) de la fabricación de cada cubo, según la medida a (en metros) de su arista.

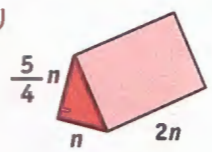
b) Calculen el costo de fabricar un cubo de 10 cm de arista.

40 Indiquen mediante expresiones algebraicas el volumen de los siguientes cuerpos.

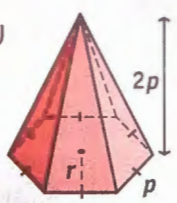
a)



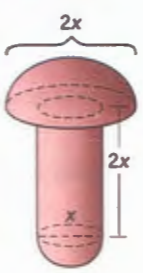
c)



b)



d)



41 Supriman los paréntesis y escriban la expresión equivalente más sencilla posible.

a) $3(a + 1) - 2(a + 4)$

b) $5(2xy + 3) + 3(-xy + x)$

c) $2(5a - 2b) + 3(3a - b - 3c)$

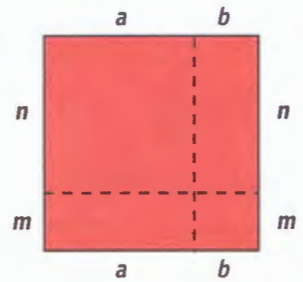
d) $(y + 2)(y - 1)$

e) $y + 2(y - 1)$

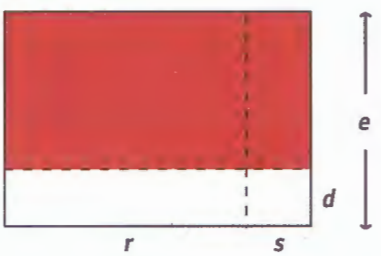
f) $(2b + a)(3a + b)$

42 Escriban dos expresiones algebraicas que representen el área sombreada de cada una de las siguientes figuras.

a)



b)



43 Escriban las siguientes expresiones como el producto de una suma por una diferencia, cuando sea posible.

a) $16y^2 - x^4$

b) $a^2 - 0{,}09b^2$

c) $4n^2 - p^2$

d) $4x^2 + z^4$

e) $1 - m^2n^4p^6$

f) $0{,}04a^4b^2 - 0{,}01a^2$

44 Resuelvan las operaciones indicadas hasta obtener expresiones que sean lo más sencillas posible.

a) $(2x + 1)(x - 3)$

b) $(2m - 3p)^2 - (m - p)$

c) $(a - c)^2 - 2x\,(a - c)$

d) $3(x + y) + (x + y)^2$

e) $(m - 1)^2 - 4m^2 + 3n$

f) $4(1 - 2y) - 3(3y + 4)$

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

45 Simplifiquen las siguientes expresiones.

a) $\frac{n}{12} + \frac{2n + m}{4} + \frac{n - 2n}{3}$

b) $\frac{4y}{3} - \frac{y - 4}{2}$

c) $\frac{a}{4} + \frac{a}{3} + \frac{a}{5}$

d) $\frac{5b}{12} - \frac{7b}{18}$

e) $\frac{2}{p} - \frac{3}{2p}$

f) $\frac{3}{x} - \frac{5}{3x} + \frac{4}{5x}$

g) $\frac{3b + 5a}{4} - \frac{b - 3a}{2}$

h) $\frac{3n - 5}{10} + \frac{2x - 3}{15}$

46 Resuelvan los siguientes problemas aplicando ecuaciones.

a) Una cajera de un supermercado tiene cierta cantidad de monedas de 5, 10 y 25 centavos. La cantidad de monedas de 25 centavos es la cuarta parte de la de 5 centavos, y esta, a su vez, es el doble de la cantidad de monedas de 10 centavos. Si en total suma $58,50 con las monedas, ¿cuántas tiene de cada valor?

b) En el último disco del grupo Impresionantes Mercedes, hay 14 canciones. Algunas duran 3 minutos y medio; otras, 4, y otras, 5 minutos. Las de 5 minutos son la mitad de las de 3 minutos y medio, y estas son el cuádruple de las de 4 minutos. ¿Cuántas canciones hay de cada clase? ¿Cuál es la duración del disco, sin contar los espacios entre canciones?

c) El perímetro de un hexágono regular es igual al perímetro de un pentágono regular cuyos lados son 1 cm más largos. ¿Cuánto mide el lado de cada figura? ¿Cuál es el perímetro de cada una?

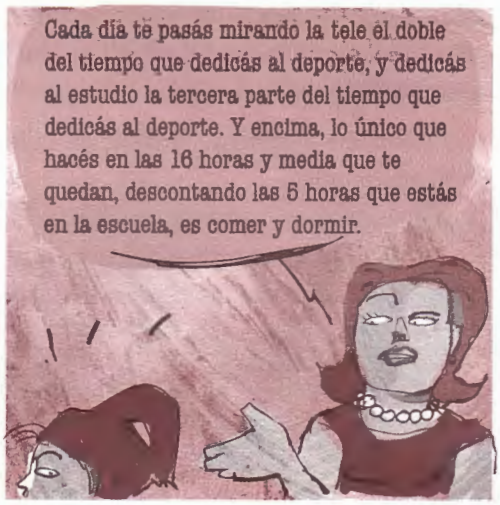
47 Inventen problemas que puedan ser resueltos mediante las siguientes ecuaciones y resuélvanlos.

a) $3x + \frac{3}{4} = 2 + \frac{2x}{3}$

b) $\frac{3x + 2}{x + 2} = \frac{17}{7}$

c) $\frac{5x}{6} - \frac{3x}{4} = \frac{1}{12}$

48 Observen lo que dice la mamá de Ana.


Cada día te pasás mirando la tele el doble del tiempo que dedicás al deporte, y dedicás al estudio la tercera parte del tiempo que dedicás al deporte. Y encima, lo único que hacés en las 16 horas y media que te quedan, descontando las 5 horas que estás en la escuela, es comer y dormir.

¿Qué tiempo dedica Ana al estudio por día? ¿Y a las otras actividades?

49 Estimen entre qué valores puede estar la solución de las siguientes situaciones, utilizando la inecuación más sencilla posible en cada caso.

a) Si Sabrina ahorra $10 más, le alcanza para comprarse el *jean* que le gusta, que cuesta $18, pero no para comprarse también una remera de $9. ¿Cuánto dinero tiene ahorrado?

b) El peso de mi gato no supera los 5 kg, pero sí los 2 kg. ¿Cuánto pesa?

c) Si Gisela tarda 15 minutos más, llegará después del horario de entrada, las 7:45, pero será antes del recreo de las 8:45. ¿Qué hora es?

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

d) Dentro de 5 años, tendré más de 20, pero aún no habré cumplido los 26. ¿Qué edad tengo?

e) Si se aumenta el lado de un cuadrado en 2,5 cm, su perímetro estará comprendido entre los 25 y los 33 cm. ¿Cuánto mide el lado del cuadrado?

f) En el campamento escolar, los alumnos caminaron la tercera parte de la distancia que los separaba de la ciudad un día; la cuarta parte, al día siguiente, y todavía les faltaban más de 2 km para completar las dos terceras partes del camino. ¿Qué distancia hay entre el campamento y la ciudad?

g) La población de un país supera los 30 millones de habitantes, pero aún le faltan más de 5 millones para llegar a los 50 millones de habitantes. ¿Cuál es la población?

50 Encuentren el menor número entero que satisface la condición: $3x - 5 > x + 13$.

51 Elijan la respuesta correcta en cada caso.

a) Si x es un número real, ¿para qué conjunto de valores es $-x + 1 < 0$?

I. $(-\infty; 1)$

II. $(1; +\infty)$

III. $(-\infty; -1)$

IV. $(-1; +\infty)$

b) La solución de $28 - 5m < 2m + 9$ es:

I. $m > \frac{19}{3}$

II. $m > \frac{19}{7}$

III. $m < \frac{19}{3}$

IV. $m < \frac{19}{7}$

c) El conjunto de valores para los cuales $\frac{a}{2} > \frac{a}{3} + 1$ es:

I. $a > 1$

II. $a > 6$

III. $a < 1$

IV. $a < 6$

d) El menor número natural que satisface la inecuación $9 - 2n < 5n - 12$ es:

I. 1

II. 2

III. 3

IV. 4

52 Resuelvan las siguientes inecuaciones.

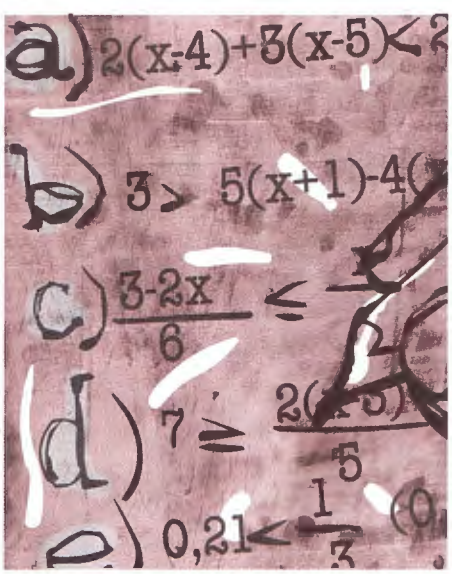
a) $2(x - 4) + 3(x - 5) < 2$

b) $3 > 5(x + 1) - 4(x - 2) > -1$

c) $\frac{3 - 2x}{6} \leq \frac{x + 1}{4} + 5$

d) $7 \geq \frac{2(x - 3)}{5} + \frac{3(x + 2)}{2} \geq 1$

e) $0{,}21 < \frac{1}{3}(0{,}1x + 2) + 0{,}2\left(\frac{1}{2}x - 1\right)$

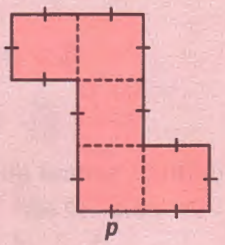


© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

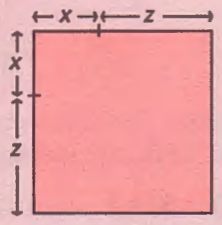
AUTOEVALUACIÓN

1 Utilicen una expresión algebraica para representar el perímetro y el área de las siguientes figuras.

a)



b)



2 Apliquen la propiedad distributiva.

a) $3a\left(\frac{1}{3}ab^2 + c\right)$

b) $(0{,}2x - y)(4xy + 3z)$

c) $\frac{1}{2}m\,(m^2 + 2n)(m - 1)$

3 Extraigan factor común.

a) $\frac{1}{4}xyz + \frac{1}{2}x^2y - \frac{1}{8}xz^2$

b) $18ab + 3a - 24a^2bc + 15a$

c) $3nm + 4nm^3 - 5n^2m$

4 Desarrollen las siguientes potencias.

a) $(0{,}5z + 1)^2$

b) $(3yx - 2x)^2$

c) $\left(2m^2 + \frac{1}{2}\right)^3$

d) $(a^2b^3 - c^4)^3$

5 Resuelvan las operaciones indicadas hasta obtener una expresión que sea lo más sencilla posible.

a) $\left(y - \frac{1}{2}z\right)^2 + \left(z - \frac{1}{2}y\right)^2$

b) $(2 + 5a)(2 - 5a) + 15a^2$

c) $(1 + 2n)^3 - 24n^2$

d) $\left(\frac{1}{4}x - y\right)^2 - \left(\frac{1}{4}x^2 - y\right)^2$

6 Resuelvan los siguientes problemas.

a) ¿Cuál es el número entero que dividido por el doble de su anterior da $\frac{1}{4}$?

b) ¿Cuáles son los tres múltiplos consecutivos de 3 que sumados dan 54?

c) La base menor de un trapecio isósceles mide las dos terceras partes de la mayor, y los lados congruentes miden $\frac{9}{8}$ de la base menor. El perímetro del trapecio es 19 cm. ¿Cuánto mide cada lado?

7 Resuelvan las siguientes ecuaciones.

a) $\frac{x-2}{x-3} = 4$

b) $\frac{3x-1}{2x+2} = 1$

c) $\frac{x-1}{5} = \frac{2x+3}{2}$

d) $\frac{3x+2}{2} = 5x - 1$

8 Resuelvan las siguientes inecuaciones. Expresen cada conjunto solución como intervalo y represéntenlo en la recta numérica.

a) $-1 \leq x + \frac{1}{2} < 3$

b) $0{,}7 - 3x \geq 0{,}6 - 2x$

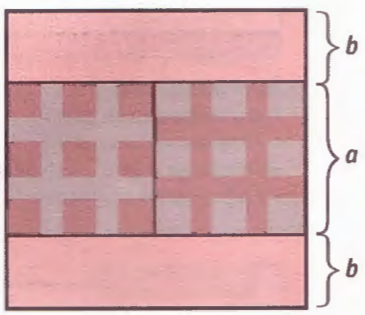
c) $x + \frac{2}{3} > 2x - \frac{1}{3}$

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

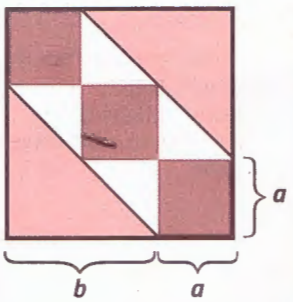
ACTIVIDADES INTEGRADORAS

Karina es artesana y realiza tapices por encargo. Para calcular el precio de venta de cada tapiz, necesita conocer su área, ya que los vende a $50 el metro cuadrado.
Los modelos de tapices que realiza son como los que se muestran a continuación.

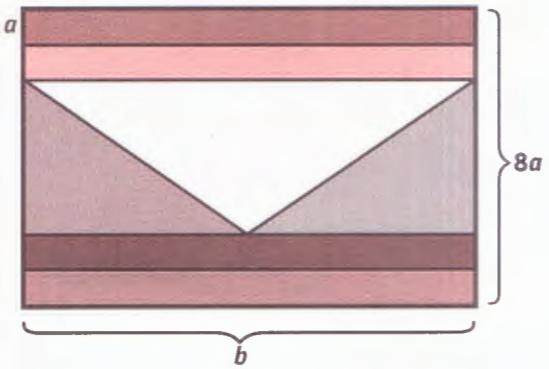
Modelo A



Modelo B



Modelo C



1 ¿Cuál o cuáles de las siguientes expresiones permiten calcular el área de un tapiz cuadrado como el modelo A?

a) $a^2 + 4b^2$

b) $(a + 2b)^2$

c) $(a + 4b)^2$

d) $a^2 + 4ab + 4b^2$

2 Escriban de dos maneras distintas el área de un tapiz modelo B.

.....

.....

.....

3 ¿Cuánto mide la hipotenusa de los triángulos blancos en un tapiz cuadrado como el del modelo B de 0,81 m^2? Indiquen el valor exacto y el valor redondeado a los centésimos.

.....

.....

.....

4 Pablo le encargó un tapiz como el modelo C y le costó $54. ¿Se puede determinar cuánto mide de largo y cuánto de ancho? Justifiquen.

.....

.....

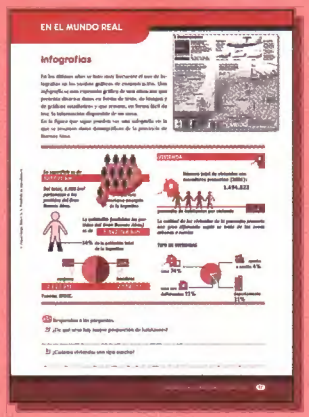
.....

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

Cómo son estos cuadernillos

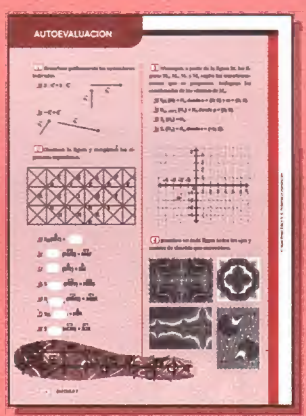
Apertura
Una situación disparadora es el eje que abre cada capítulo.

Revisión inicial
Incluye actividades para repasar los conocimientos previos.

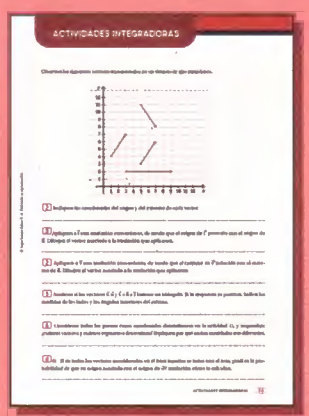


En el mundo real
Trata ejemplos con datos concretos, vinculados a aplicaciones a otras disciplinas y a situaciones cotidianas.

Más actividades
Contiene una serie adicional de ejercitaciones diversas de todos los temas desarrollados en el capítulo.



Autoevaluación
Se propone una combinación de actividades que servirá a modo de evaluación de los contenidos tratados en el capítulo.



Actividades integradoras
Al final de los cuadernillos 2, 5 y 7, se presenta una sección con propuestas destinadas a interrelacionar los contenidos de los cuadernillos anteriores.

Para leer y recordar

Si n es un número natural:

$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{n \text{ factores}}$ $\qquad a^0 = 1 \ (a \neq 0)$

Los recuadros identificados con la leyenda **Para leer y recordar** contienen información necesaria para la resolución de las actividades (conceptos, fórmulas, definiciones).

Para observar

Recordemos con algunos ejemplos cómo operamos con fracciones.

Los recuadros identificados con la leyenda **Para observar** contienen ejemplos explicados.

Este ícono indica que la actividad debe ser resuelta en una hoja aparte.

12

Un número con fondo de color indica que la actividad es de mayor complejidad.

AIQUE